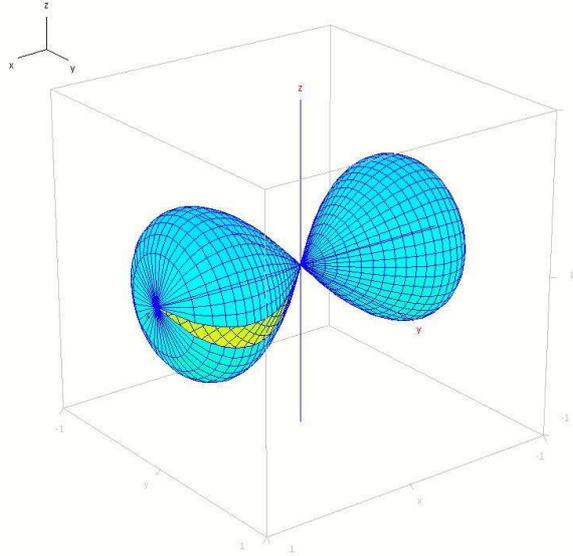


Einen Schwerpunkt im Mathe-Abitur bildet die Analysis.

Fangen wir also mit einer Aufgabe an, die auch für LeistungskurslerInnen gewisse Anforderungen stellt. Damit nicht Folgefehler zu komplett falschen Lösungen führen, dürfen Zwischenergebnisse in den Aufgaben enthalten sein. Diese sollte man dann auch unbedingt benutzen. Ansonsten gibt es immer wieder Teilaufgaben, die sich völlig unabhängig vom vorherigen Lösungsweg bearbeiten lassen. Also bitte nicht nach 1b) aufgeben sondern auch versuchen 1d) zu bearbeiten.



Dreieichschule Langen
Gymnasium des Kreises Offenbach
Mathematik-Gk-Sykora Abiturprüfung 2002
Vorschlag A

1. Analysis

Gegeben ist die Funktion $x \rightarrow f(x)$ mit der Gleichung $f(x) = x \cdot \sqrt{1-x^2}$

a) Bilden Sie die ersten beiden Ableitungen von $f(x)$.

Zeigen Sie, dass sich die zweite Ableitung $f''(x)$ auf die Form $f''(x) = \frac{x \cdot (2x^2 - 3)}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ bringen lässt.

Hilfe: Bringen Sie den Funktionsterm von f' vor Bildung der 2. Ableitung auf die Form eines einzigen Bruchs.

b) Führen Sie eine Kurvendiskussion durch.

(Definitionsbereich(e), Symmetrie, Achsenschnitte, Hoch-, Tief- und Wendepunkt[e]).

c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion im Definitionsbereich.

d) Der Graph von $f(x)$ rotiert um die x -Achse.

Bestimmen Sie das Volumen des dabei entstehenden Rotationskörpers.

Zusätzlich für LK:

d2) Der Graph von $f(x)$ und die x -Achse begrenzen eine Fläche. Bestimmen Sie den Flächeninhalt.

e) Worin unterscheiden sich die Funktionen $f(x) = x \cdot \sqrt{1-x^2}$ und $g(x) = \sqrt{x^2-x^4}$?