

Dreieichschule Langen
Gymnasium des Kreises Offenbach
Mathematik-Gk Abiturprüfung 2002
Vorschlag A

1. Analysis

Gegeben ist die Funktion $x \rightarrow f(x)$ mit der Gleichung $f(x) = x \cdot \sqrt{1-x^2}$

a) Bilden Sie die ersten beiden Ableitungen von $f(x)$.

Zeigen Sie, dass sich die zweite Ableitung $f''(x)$ auf die Form $f''(x) = \frac{x \cdot (2x^2 - 3)}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ bringen läßt.

Hilfe: Bringen Sie den Funktionsterm von f' vor Bildung der 2. Ableitung auf die Form eines einzigen Bruchs.

b) Führen Sie eine Kurvendiskussion durch. (Definitionsbereich(e), Achsenschnitte, Hoch-, Tief- und Wendepunkt(e)).

c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion im Definitionsbereich.

d) Der Graph von $f(x)$ rotiert um die x -Achse.

Bestimmen Sie das Volumen des dabei entstehenden Rotationskörpers.

2. Stochastik:

Ein Großhändler beliefert Supermärkte mit Kokosnüssen. Normalerweise sind davon 10% innen schon ranzig und damit ungenießbar. Dies wird von den Märkten akzeptiert - Kunden bekommen dann vom Markt kostenlosen Ersatz (Wenn sie ihren Kaufbeleg aufgehoben haben und sich trauen zu reklamieren).

Bei der neuen Ernte (oder waren es vielleicht Nüsse vom letzten Jahr?) häufen sich in einigen Supermärkten die Reklamationen. 40% aller Nüsse in diesen Märkten sind schlecht. Die Marktleiter der Ladenkette werden angewiesen, durch eine **Stichprobe bei 10 Nüssen** festzustellen, ob auch sie von der schlechten Ware betroffen sind.

Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit:

a) 10% der Nüsse im Markt sind schlecht.

In der Stichprobe werden aber genau 3 schlechte Nüsse gefunden.

b) 40% der Nüsse im Markt sind schlecht.

In der Stichprobe werden aber weniger als 3 (also 0, 1 oder 2) schlechte Nüsse gefunden.

c) 10% der Nüsse im Markt sind schlecht.

In der Stichprobe werden aber mehr als 2 schlechte Nüsse gefunden.

Die Zentrale der Ladenkette fordert alle Marktleiter zum Zurückweisen der Sendung auf, wenn mehr als 3 schlechte Nüsse unter den 10 Nüssen der Stichprobe waren.

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden dabei Lagerbestände zurückgeschickt, die nur 10% schlechte Nüsse aufweisen ?

e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden dabei Lagerbestände NICHT zurückgeschickt, die wirklich 40% schlechte Nüsse aufweisen ?

3. Vektorrechnung

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind zwei Geraden g_1 und g_2 in vektorieller Form gegeben:

$$\vec{g}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{g}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2,5 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

Die beiden Geraden schneiden sich in einem Punkt S.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts und den von beiden Geraden eingeschlossenen Winkel.

Dreieichschule Langen
Gymnasium des Kreises Offenbach
Mathematik-Gk Abiturprüfung 2002
Vorschlag B

1. Analysis

- 1) Gegeben ist die Funktion $x \rightarrow f(x)$ mit der Gleichung $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$
- a) Bilden Sie die ersten drei Ableitungen von $f(x)$.
- b) Führen Sie eine Kurvendiskussion durch.
(gemeinsame Punkte mit den Achsen, Hoch-, Tief- und Wendepunkte).
- c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion im Intervall $[-0,5 \leq x \leq 6]$ Eine Einheit $\hat{=} 2$ cm.
- d) Die Funktion $F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-x}$ kann -bei richtiger Wahl der Parameter a, b und c- eine Stammfunktion zu $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$ sein. Bestimmen Sie die erforderlichen Werte von a, b und c.
Hilfe: $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$ kann auch als $(1x^2 + 0x + 0)e^{-x}$ geschrieben werden.
- e) Welchen Wert nimmt das Integral $\int_0^z x^2 e^{-x} dx$ an, wenn z über alle Grenzen wächst ?

2. Vektorrechnung

Gegeben ist die Ebene E in vektorieller Darstellung: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ b \\ 1 \end{pmatrix}$

- a) Setzen Sie zunächst die Parameter $a=0$ und $b=0$.
Bestimmen Sie (für den Fall $a = b = 0$!) einen Vektor \vec{n} , der senkrecht auf der Ebene E steht und dessen Komponenten kleine, ganze Zahlen sind.
- b) Wandeln Sie mit Hilfe des Vektors \vec{n} die Parameterdarstellung in die Achsenabschnittsform um.
Skizzieren Sie einen Ausschnitt der Ebene E in einem Schrägbild.
- c) Das α -fache des Vektors \vec{n} soll vom Koordinatenursprung genau bis zur Ebene E reichen.
Bestimmen sie α so, dass die Gleichung $\alpha \cdot \vec{n} = \vec{x}$ erfüllt ist.
Welchen Abstand hat die Ebene E demnach vom Koordinatenursprung ?
- d) Welche Bedingung müssen die beiden Parameter a und b erfüllen, damit die Ebene E **keinen** gemeinsamen Punkt mit der x_1 -Achse besitzt ?
- e) Welcher Sonderfall liegt vor, wenn $a = 1$ und $b = 2$ gesetzt wird?

3. Stochastik

Bei einem 20-stufigen Bernoulliexperiment sei die Wahrscheinlichkeit für genau 10 Erfolge $P(X=10) = 0,1$.

Bestimmen Sie in diesem Fall die Erfolgswahrscheinlichkeit p des Einzelexperiments.